



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA PURA E APLICADA**

MTM510053 Introdução à Teoria Matemática das Equações de Navier-Stokes

PRÉ-REQUISITO: MTM410029 Análise Funcional, MTM510012 Teoria de Distribuições e Espaços de Sobolev

Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA: Equações de Stokes estacionárias. Equações de Navier-Stokes estacionárias. O problema de evolução. Decaimento de Soluções. Existência e Unicidade de Soluções Periódicas no Tempo. Estabilidade de soluções.

OBJETIVO: Introduzir os conceitos e resultados básicos ao entendimento da teoria matemática das equações de Navier-Stokes (modelo incompressível).

PROGRAMA:

1. Equações de Stokes Estacionárias
[Caps. 1 de [Teman(2000)]; Cap. IV de Galdi(2011)]
 - 1.1 Espaços de funções
 - 1.2 O Operador de Stokes
 - 1.3 Existência e unicidade de soluções para as equações de Stokes
 - 1.4 Regularidade das soluções.

2. Equações de Navier-Stokes Estacionárias
[Cap. 2 de Teman (2000), Cap. IX de Galdi(2011)]
 - 2.1 Desigualdades para o termo não-linear
 - 2.2 Teoremas de existência e unicidade
 - 2.3 Desigualdades discretas, Teoremas de Compacidade [Cap. 2 de Teman(2000)]
 - 2.4 Teoria de bifurcação e resultados de não-unicidade. [Cap. 2 de Teman(2000)]

3. O Problema de Evolução para as Equações de Navier-Stokes
[Cap. 3 de Teman(2000), Caps. 8-10 de Constantin & Foias (1988)]
 - 3.1 O caso linear
 - 3.2 Teoremas de compacidade
 - 3.3 Teoremas de existência e unicidade ($0 < n < 5$)
 - 3.4 Soluções Fortes das Equações de Navier-Stokes.

4. Resultados Adicionais de Regularidade e o Teorema da Estrutura de Leray
[Seções 5 e 6 de Galdi (2011b)].

5. Decaimento de Soluções para o Problema de Cauchy e para o Problema de Valor Inicial e de Contorno em Domínio Exterior (Refs. [A5]-[A12]).

6. Existência e Unicidade de Soluções Periódicas no Tempo para as Equações de Navier-Stokes (Ref. [A13]).

7. Estabilidade de Soluções das Equações de Navier-Stokes (Refs. [A14], [A15]).

BIBLIOGRAFIA:

Livros-Texto:

[L1] G. P. Galdi, An introduction to the mathematical theory of the Navier-Stokes Equations (Steady-State Problems), Springer, 2011.

[L2] P. Constantin, C. Foias, Navier-Stokes Equations, Chicago Lectures in Mathematics, The University of Chicago Press, 1988.

[L3] R. Teman, Navier-Stokes Equations: Theory and Numerical Analysis, American Mathematical Society, 2000.

Bibliografia auxiliar:

[A1] H. Sohr, The Navier-Stokes equations. An elementary functional analytic approach. Birkhauser, 2001.

[A2] L. Tartar, An introduction to Navier-Stokes equation and Oceanography, Springer, 2006.

[A3] G. P. Galdi, An introduction to the Navier-Stokes Initial-Boundary Value Problem, Lecture Notes, 2011b.

[A4] G. P. Galdi, J. Málek, J. Necas (Eds.), Progress in Theoretical and Computational Fluid Mechanics, Longman Group Limited, 1994.

[A5] W. Borchers, T. Miyakawa, L^2 -Decay for Navier-Stokes flows in unbounded domains, with application to exterior stationary flows, *Arch. Rational Mech. Anal.* 118 (1992), 273-295.

[A6] C. He, T. Miyakawa, On weighted-norm estimates for nonstationary incompressible Navier-Stokes flows in a 3D exterior domain, *J Differential equations*, 246 (2009), 2355-2386.

[A7] J. G. Heywood, The Navier-Stokes equations: On the existence, regularity and decay of solutions. *Indiana University Math J.* 29 (1980), 641--681.

[A8] R. Kajikiya, T. Miyakawa, On the L^2 decay of weak solutions of the Navier-Stokes equations in R^n , *Math. Z.* 192 (1986), 135--148.

[A9] T. Kato, Strong L^p -Solutions of the Navier-Stokes equation in R^m , with Applications to Weak Solutions, *Math. Z.* 187 (1984), 471- 480.

[A10] K. Masuda, L^2 decay of solutions of the Navier-Stokes equations in the exterior domains, *Proceedings of Symposia in Pure Mathematics*, 1986, 45, Part 2: 179-182. American Mathematical Society, 1986.

[A11] M. E. Schonbek, L^2 decay for weak solutions of the Navier-Stokes equations, *Arch. Rational Mech. Anal.*, Vol. 88 (1985), 209-222.

[A12] M. Wieger, Decay results for weak solutions of the Navier-Stokes equations on R^n , *J. London Math. Soc.*, Vol. 35 (1987), 303-313.

[A13] H. Kato, Existence of Periodic Solutions of the Navier-Stokes Equations, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 208 (1997), 141-157.

- [A14] J. G. Heywood, R. Rannacher, An analysis of stability concepts for the Navier-Stokes equations, *Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelles Journal)*, Volume 1986, Issue 372, Pages 1–33.
- [A15] H. Kozono, Asymptotic Stability of Large Solutions with Large Perturbation to the Navier-Stokes Equations, *Journal of Functional Analysis* 176(2000), 153-197.