



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA PURA E APLICADA**

**MTM510033 Equações Diferenciais Parciais Elípticas**

**PRÉ-REQUISITOS:** MTM510012 Teoria de Distribuições e Espaços de Sobolev.

**Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS:** 06

**EMENTA** – EDP's elípticas lineares de segunda ordem: existência, unicidade e regularidade para soluções fracas e fortes; desigualdade de Harnack; princípios do máximo; estimativas  $L^p$ . EDP's elípticas quasi-lineares de segunda ordem: método de pontos fixos topológicos; métodos variacionais; teorema do passo da montanha.

**OBJETIVOS:** Desenvolver a teoria básica de equações diferenciais parciais elípticas de modo que aluno seja capaz de analisar a existência, unicidade (ou multiplicidade) e regularidade de soluções de problemas associados a essas equações.

**PROGRAMA DETALHADO:**

As unidades I e II referem-se a EDP's elípticas lineares de segunda ordem.

**I. Existência, unicidade e propriedades de soluções fracas (Cap. 6 do livro texto 1; Cap. 8 do livro texto 2).**

- 1.1. Operadores elípticos de segunda ordem;
- 1.2. Princípio fraco do máximo;
- 1.3. Existência e unicidade de soluções fracas para o problema de Dirichlet;
- 1.4. Alternativa de Fredholm e problema elíptico de autovalores;
- 1.5. Regularidade (local e global) de soluções fracas: método dos quocientes de Nirenberg;
- 1.6. Limitação global e propriedades locais de soluções fracas: método das sub e super soluções;
- 1.7. Desigualdade de Harnack;
- 1.8. Princípio forte do máximo e o Teorema de Hopf-Giraud;
- 1.9. Estimativas locais e globais em espaços de Hölder;
- 1.10. Problemas elípticos não simétricos.

**II. Soluções fortes e propriedades (Cap. 9 do livro texto 2).**

- 2.1. Princípios do máximo para soluções fortes;
- 2.2. Teorema de Interpolação de Marcinkiewics e a desigualdade de Calderon-Zygmund;
- 2.3. Estimativas  $L^p$  a priori para soluções fortes;
- 2.4. Existência e unicidade de soluções fortes;

2.5. Desigualdade de Harnack e estimativas em espaços de Hölder para soluções fortes.

### **III. EDP's elípticas quasi-lineares de segunda ordem (Cap. 10 e 11 do livro texto 2; Cap. 8 do livro texto 1).**

- 3.1. Princípios de comparação e do máximo para equações quasilineares;
- 3.2. Resultados de unicidade e de multiplicidade de soluções;
- 3.3. Existência de soluções através de teoremas topológicos de ponto fixo;
- 3.4. Métodos variacionais: equações de Euler-Lagrange e soluções fracas;
- 3.5. Pontos críticos de funcionais não lineares e teorema da deformação;
- 3.6. Condição de Palais-Smale;
- 3.7. Teorema do passo da montanha e aplicação ao problema de Dirichlet para equações semilineares.

#### **BIBLIOGRAFIA:**

##### ***Livro Texto:***

EVANS, Lawrence C.; *Partial Differential Equations*. AMS, 1998.

GILBARG, David; TRUDINGER, Neil S.; *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*. Springer, 2000.

##### ***Bibliografia complementar:***

[1] AGMON, S.; *Lecture on Elliptic Boundary Value Problems*. Van Nostrand-Reinhold, 1965.

[2] AMBROSETTI, Antonio.; MALCHIODI, Andrea; *Nonlinear Analysis and Semilinear Elliptic Problems*. Cambridge University Press, 2007.

[3] GIAQUINTA, M.; *Multiple integrals in the Calculus of Variations and Nonlinear Elliptic Systems*. Princeton University Press, 1983.

[4] KESAVAN, S., *Topics in functional analysis an applications*, New York: Wiley, 1989.

[5] LADYZHENSKAYA, Olga A.; URALTSEVA, N. N.; *Linear and Quasilinear Elliptic Equations*. Academic Press, 1968.

[6] LIONS, Jacques L.; MAGENES, Enrico; *Problèmes Aux Limites Non Homogènes et Applications*, volume 1. Dunon, 1968.

[7] NECAS, Jindrich. *Les Méthodes Directes em Théorie de Équations Elliptiques*. Masson ET, 1967.