



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA PURA E APLICADA**

MTM510032 Módulos de Hilbert e Fibrados de Fell

PRÉ-REQUISITOS: MTM510011 Álgebras de Operadores

Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Módulos de Hilbert, produtos tensoriais de módulos de Hilbert, construção KSGNS, Teorema de Estabilização de Kasparov, equivalência de Morita e Teorema de Brown-Grenn-Rieffel. Fibrados de Fell e C^* -álgebras seccionais associadas.

OBJETIVO: Fornecer ao aluno os rudimentos da teoria de módulos de Hilbert, equivalência de Morita e fibrados de Fell e suas relações com álgebras de operadores.

PROGRAMA DETALHADO:

Parte I: Módulos de Hilbert (livro texto 1)

I. Módulos (de Hilbert) e operadores entre eles: livro texto 1, cap.1.

Tópicos cobertos:

- Definição de pré-módulos e módulos de Hilbert
- Exemplos de módulos de Hilbert; somas diretas
- Operadores adjuntáveis entre módulos de Hilbert
- Topologia estrita

II – Multiplicadores e morfismos entre C^* -álgebras; livro texto 1, cap.2:

Tópicos cobertos:

- Álgebra dos multiplicadores de uma C^* -álgebra
- Homomorfismos em álgebras de multiplicadores

III – Projeções e unitários; livro texto 1, cap.3.

Tópicos cobertos:

- Sub-módulos complementáveis
- Isometrias e unitários entre módulos de Hilbert
- Projeções e isometrias parciais

IV - Produtos tensoriais; livro texto 1, cap. 4.

Tópicos cobertos:

- Produto tensorial externo (entre módulos de Hilbert)
- Aplicações completamente positivas
- Produto tensorial interno (entre módulos de Hilbert)

V – Construção KSGNS; livro texto 1, cap.5.

Tópicos cobertos:

- Estudo de aplicações completamente positivas
- Construção KSGNS (Kasparov, Stinespring, Gelfand, Naimark, Segal) associada à aplicações completamente positivas; conseqüências.

VI - Estabilização e Absorção; livro texto 1, cap. 6.

Tópicos cobertos:

- Elementos estritamente positivos e C^* -álgebras sigma unitais; módulos enumeravelmente gerados
- Teorema de estabilização de Kasparov e suas conseqüências

VII - Módulos cheios e equivalência de Morita

Tópicos cobertos:

- C^* -álgebras estáveis e estavelmente isomorfas
- Módulos de Hilbert cheios e equivalência de Morita
- Teorema de Brown-Green-Rieffel (Teo. 7.6).

Parte II: Fibrados de Fell (livro-texto 2 e várias outras referências)

VIII - Definição de fibrados de Fell (sobre grupos discretos) e exemplos

Tópicos cobertos:

- Definição de fibrados de Fell. Fibrados saturados
- Exemplos: fibrados associados à ações (parciais/torcidas); fibrados associados à decomposições espectrais de ações de grupos abelianos compactos.

IX - C^* -álgebras seccionais de fibrados de Fell

- Representações e a C^* -álgebra cheia de um fibrado de Fell
- Representação regular e a C^* -álgebra reduzida de um fibrado de Fell
- Amenabilidade de fibrados de Fell
- Relação com produtos cruzados

Obs.: Os tópicos da parte II acima podem ser encontrados no livro texto 2 e nas bibliografias complementares abaixo. Havendo tempo e interesse, outros tópicos sobre fibrados de Fell poderão ser cobertos.

BIBLIOGRAFIA:

Livro Texto:

- 1.E. C. Lance, Hilbert C^* -modules: a toolkit for operator algebraists, London Mathematical Society Lecture Notes 210, 1995.
- 2.J. M. G. Fell, R. S. Doran, Representations of $*$ -algebras, locally compact groups, and Banach $*$ -algebraic bundles (vol. 2), Academic Press Inc., 1988.

Bibliografia complementar:

- 1.R. Exel, Twisted partial actions: a classification of regular C^* -algebraic bundles, Proc. London Math. Soc. (3), vol. 74, nr. 2, 1997, pags. 417-443.
- 2.R. Exel. Amenability for Fell bundles. J. Reine Angew. Math., (492):41-73, 1997.

- 3.R. Exel. Circle actions on C_* -algebras, partial automorphisms and generalized Pimsner-Voiculescu exact sequences. *J. Funct. Anal.*, (122):361-401, 1994.
- 4.R. Exel, Chi-Keung Ng, *Approximation property of C^* -algebraic bundles*, *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.* 132 (2002), 509-522.
- 5.G. Boava, *Caracterizações da C^* -álgebra gerada por uma compressão aplicadas a Cristais e Quasicristais*. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, 2007.