



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA PURA E APLICADA**

**MTM410064 Teoria Ergódica e de Informação**

**PRÉ-REQUISITOS:** MTM410027 Medida e Integração.

**Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS:** 06

**EMENTA** – Capítulos 1 a 7 do Livro Texto, cobrindo as noções e ferramentas fundamentais no estudo de teoria ergódica e de reforço de sistemas dinâmicos abstratos e topológicos.

**OBJETIVO:** Introduzir o aluno às principais ferramentas e resultados no estudo de sistemas dinâmicos abstratos e topológicos.

**PROGRAMA DETALHADO:**

Capítulo 1. Transformações que preservam medida - Livro Texto, Cap. 1;

Capítulo 2. Isomorfismos, Conjugação e Isomorfismo Espectral - Livro Texto, Cap. 2;

Capítulo 3. Transformações com Espectro Contínuo que preservam medida - Livro Texto, Cap. 3;

Capítulo 4. Entropia - Livro Texto, Cap. 4;

Capítulo 5. Dinâmica Topológica - Livro Texto, Cap. 5;

Capítulo 6. Medidas Invariantes para Transformações Contínuas - Livro Texto, Cap. 6;

Capítulo 7. Entropia Topológica - Livro Texto, Cap. 7;

**BIBLIOGRAFIA**

**Livro Texto:**

Walters, P.; An Introduction to Ergodic Theory. Springer-Verlag, 1982.

**Bibliografia Complementar:**

1. Birkhoff, G. D.; Dynamical Systems. American Mathematical Society, Rhode Island, 1966.
2. Brin, M., Stuck, G.; Introduction to Dynamical Systems. Cambridge University Press, New York, 2002.
3. Denker, M., Grillenberger, C., Sigmund, K.; Ergodic Theory on Compact Spaces. Springer-Verlag, 1976.

4. Hirsch, M. W., Smale, S.; Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra. Academic Press, San Diego, 1974
5. de Melo, W., van Strien, S.; One-Dimensional Dynamics.
6. Katok, A., Hasselblatt, B.; A Moderna Teoria de Sistemas Dinâmicos. Ed. Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2005.
7. Lind, D. A., Marcus, B.; An introduction to symbolic dynamics and coding. Cambridge University Press, New York, 1995.
8. Mañé, R. Teoria Ergódica. Projeto Euclides. IMPA, Riode Janeiro, 1983.
9. Parry, W.; Topics in ergodic theory. Cambridge Tracts in Mathematics, Cambridge University Press, Cambridge, 1981.

## **DINÂMICA SIMBÓLICA**

**PRÉ-REQUISITOS:** x-x

**Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS:** 06

**EMENTA** – Capítulos 1, 2, 3, 4 e 6 do Livro Texto 2 e Capítulo 6 do Livro Texto 1, ou seja, espaços *Shifts*, *Shifts* de Tipo Finito, Sóficos, códigos de bloco, entropia topológica, dinâmica topológica e autômatos celulares.

**OBJETIVO:** Introduzir o aluno às ferramentas e resultados fundamentais em dinâmica simbólica.

### **PROGRAMA DETALHADO:**

#### **I. Espaços *Shift* - Cap. 1 do Livro Texto 2:**

1. *Full Shifts*. (Seç. 1.1)
2. Espaços *Shifts*. (Seç. 1.2)
3. Linguagens. (Seç. 1.3)
4. *Higher Block Shifts* e *Higher Power Shifts*. (Seç. 1.4)
5. Códigos de bloco. (Seç. 1.5)

#### **II. *Shifts* de Tipo Finito - Cap. 2 do Livro Texto 2:**

1. Restrições de tipo finito. (Seç. 2.1)
2. Grafos e *Shifts*. (Seç. 2.2)
3. Representação de *Shifts* de Tipo Finito através de grafos. (Seç. 2.3)
4. Cisão e amalgamação de estados. (Seç. 2.4)

#### **III. *Shifts* Sóficos - Cap. 3 do Livro Texto 2:**

1. Definição e propriedades. (Seç. 3.1)
2. Caracterizações. (Seç. 3.2 e 3.3)
3. Construções e algoritmos. (Seç. 3.4)

#### **IV. Entropia - Cap. 4 do Livro Texto 2:**

1. Definição e propriedades. (Seç. 4.1)
2. Teoria de Perron-Frobenius. (Seç. 4.2)
3. Computação da entropia. (Seç. 4.3)
4. Componentes irredutíveis. (Seç. 4.4)
5. Estruturas cíclicas. (Seç. 4.5)

#### **V. *Shifts* como sistemas dinâmicos topológicos - Cap. 6 do Livro Texto 2:**

1. Espaços métricos. (Seç. 6.1)
2. Sistemas dinâmicos. (Seç. 6.2)
3. Invariantes. (Seç. 6.3)
4. Partições de Markov. (Seç. 6.5)

#### **VI. Autômatos celulares - baseado no Cap. 6 do Livro Texto 1 e Bibliografia Complementar, em particular os resultados topológico da Seç. 2 de [8]:**

1. Definição e regras: classificação de Wolfram, autômatos celulares permutativos, autômatos celulares algébricos.
2. Autômatos celulares conservativos.

## **BIBLIOGRAFIA:**

### **Livro(s) Texto(s):**

1. Boccara, N.; Modeling Complex Systems. Springer-Verlag, New York, 2004.
2. Lind, D. A., Marcus, B.; An introduction to symbolic dynamics and coding. Cambridge University Press, New York, 1995.

### **Bibliografia Complementar:**

1. Hedlund, G. A. Endomorphisms and automorphisms of the shift dynamical system. *Math. Systems Theory*, **3**, 320--375, 1969.
2. Host, B., Maass, A., Martínez, S.; Uniform Bernoulli measure in dynamics of permutative cellular automata with algebraic local rules. *Discrete Contin. Dyn. Syst.*, **9**, 6, 1423--1446, 2003.
3. Gutowitz, H. A. (Editor).; Cellular Automata: Theory and Experiment; proceedings of an interdisciplinary workshop. *Physica D*, **45**, 1-485, 1990.
4. Kitchens, B. P.; Expansive dynamics on zero-dimensional groups. *Ergodic Theory and Dynamical Systems*, **7**, 2, 249--261, 1987.
5. Nasu, M.; Local Maps Inducing Surjective Global Maps of One-Dimensional Tessellation Automata. *Math. Systems Theory Related Fields*, **11**, 327--351, 1978.
6. Neumann, J.; Theory of Self-reproducing Automata (edited and completed by A. W. Burks). University of Illinois Press, 1966.
7. Pivato, M.; Invariant measures for bipermutative cellular automata. *Discrete Contin. Dyn. Syst.*, **12**, 4, 723--736, 2005.
8. Pivato, M.; Ergodic Theory of Cellular Automata. In *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*, Springer-Verlag, New York, 2009.
9. Schmidt, K.; Dynamical systems of algebraic origin. *Progress in Mathematics*, **128**. Birkhauser Verlag, Basel, 1995.
10. Sindhushayana, N. T., Marcus, B., Trott, M.; Homogeneous shifts. *IMA J. Math. Control Inform.*, **14**, 3, 255--287, 1997.
11. Sobottka, M.; Right Permutative Cellular Automata on Topological Markov Chains. *Discrete Contin. Dyn. Syst.*, **20**, 4, 1095--1109, 2008.
12. Williams, R. F.; Classification of subshifts of finite type. *Ann. of Math.*, **98**, 120--153, 1973. Errata: *Ann. of Math.*, **99**, 380--381.