



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA PURA E APLICADA**

**MTM 510059 MÉTODOS DE ANÁLISE NÃO LINEAR**

**PRÉ-REQUISITO:** MTM410029 Análise Funcional; Teoria de Medida e Integração

**Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS:** 06

**EMENTA:** Consequências do princípio da contração. Introdução à teoria de bifurcação. Teoremas de ponto fixo. Teoria do grau e aplicações. Cálculo variacional moderno.

**OBJETIVO:** Introduzir os conceitos e resultados básicos ao entendimento da teoria da Análise Não Linear.

**PROGRAMA:**

1. Consequências do Princípio da Contração (Cap. 1 de [L1]; Cap. 4 de [L2])
  - 1.1 O Teorema da função implícita e o método da continuidade. Aplicações a equações diferenciais parciais semi-lineares.
  - 1.2 Teoremas de Brezis-Browder, Caristi e o Princípio de Ekeland. Aplicações a equações diferenciais.
  - 1.3 Teorema do ponto fixo de Banach-Göhde-Kirk e aplicação à existência de soluções periódicas para equações diferenciais (Teorema de Browder).
  
2. Introdução à teoria de bifurcação (Caps. 1 de [L5])
  - 2.1 O método de Lyapunov-Schmidt
  - 2.2 Teorema da função implícita para núcleos unidimensionais.
  - 2.3 Bifurcações com núcleos unidimensionais e o Teorema de Crandall-Rabinowitz.
  - 2.4 Fórmulas de bifurcação para o caso estacionário.
  - 2.5 Princípio da troca de estabilidade para o caso estacionário.
  - 2.6 Bifurcação de Hopf.
  - 2.7 Aplicações a equações diferenciais.
  
3. Teoremas de ponto fixo (Cap. 2 de [L1], Cap. 5 de [L3])
  - 3.1 Teoremas do ponto fixo de Brouwer, Schauder, Schaefer e Darbo.
  - 3.2 Aplicações a equações diferenciais.
  
4. Teoria do Grau e Aplicações (Cap. 3 de [L1]; Caps. 1, 2 de [L2])
  - 4.1 A teoria do grau de Brouwer e aplicações.
  - 4.2 A teoria do grau de Leray-Schauder.
  - 4.3 Resultados de bifurcação global
  - 4.4 Aplicação: Teorema de Leray em Hidrodinâmica.

5. Cálculo Variacional (Cap. 4 de [L1] , Cap. 6 de [L3], Cap. 5 de [L4])
- 5.1 Equações de Euler-Lagrange e lagrangeanos nulos.
  - 5.2 O Método direto do cálculo de variações.
  - 5.3 Solução fraca da equação de Euler-Lagrange.
  - 5.4 Policonvexidade.
  - 5.5 Convergência de energias e convergência forte.
  - 5.6 A condição de Palais-Smale e o lema da deformação.
  - 5.7 O Princípio do Min-Max
  - 5.8 O Teorema da passagem na montanha de Ambrosetti-Rabinowitz e aplicações a equações diferenciais.
  - 5.9 O Teorema de Landesman-Lazer.

## **BIBLIOGRAFIA:**

### **Livros-Texto:**

- [L1] K.-C. Chang, Methods in Nonlinear Analysis, Springer (2010).
- [L2] K. Deimling, Nonlinear Functional Analysis, Dover Publications, 2010.
- [L3] P. Drábek, J. Milota, Methods of Nonlinear Analysis. Applications to Differential Equations. Birkhäuser Advanced Texts, Birkhäuser, 2007.
- [L4] S. Kesavan, Nonlinear Functional Analysis. A First Course. Hindustan Book Agency, 2004.
- [L5] H. Kielhöfer, Bifurcation Theory: An Introduction with Applications to Partial Differential Equations, Springer, 2012.

### **Bibliografia auxiliar:**

- [A1] H. Amann, Ordinary differential equations. An introduction to nonlinear analysis, Walter de Gruyter & Co., 1990.
- [A2] D. H. Sattinger. Bifurcation of periodic solutions of the Navier-Stokes equations. Arch. Rational Mech. Anal. 41, 66-80 (1971).
- [A3] D. H. Sattinger, Stability of bifurcating solutions by Leray-Schauder degree. Arch. Rational Mech. Anal. 43, 154-166 (1971).
- [A4] D. H. Sattinger, Topics in Stability and Bifurcation Theory, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 309. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1973
- [A5] J. T. Schwartz, Nonlinear Functional Analysis, Gordon and Breach Science Publishers, 1969.
- [A6] G. Teschl, Nonlinear Functional Analysis.  
URL: <http://www.mat.univie.ac.at/~gerald/>
- [A7] E. Zeidler, Applied Functional Analysis: Applications to Mathematical Physics, Springer, New York 1995.
- [A8] E. Zeidler, Applied Functional Analysis: Main Principles and Their Applications, Springer, New York 1995.
- [A9] E. Zeidler, Nonlinear Functional Analysis and its Applications. I: Fixed-Point Theorems, Springer-Verlag New York, 1986.