**MEDIDA E INTEGRAÇÃO**

**PRÉ-REQUISITO**: x-x

**Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS**: 06

**EMENTA** – Funções mensuráveis, medidas, integral, funções integráveis, espaços Lp, formas de convergência, decomposição de medidas, geração de medidas, medidas produto, medida de Lebesgue.

**OBJETIVO:** Propiciar ao aluno condições de dominar e aplicar os conceitos relativos à teoria da medida.

**PROGRAMA DETALHADO:**

**Parte I: Elementos de Integração**

**1. Introdução – Cap. 1 do livro texto:**

- Razões para o desenvolvimento da integral de Lebesgue.

- Comparação com a integral de Riemann.

- Números reais estendidos.

**2. Funções mensuráveis – Cap. 2 do livro texto:**

- Funções e conjuntos mensuráveis.

- Funções complexas.

- Funções entre espaços mensuráveis.

**3. Medidas – Cap. 3 do livro texto:**

- Medidas.

- Espaços de medida.

**4. Volumes de blocos e intervalos – Cap. 11 do livro texto:**

- Intervalos, blocos em Rn, volume n-dimensional, invariância por translação.

**5. Medida exterior – Cap. 12 do livro texto:**

- A medida exterior em Rn, propriedadesda medida exterior, invariância por transçação.

**6. Conjuntos mensuráveis – Cap. 13 do livro texto:**

- σ-álgebras, medida em uma σ-álgebra.

- A condição de Carathéodory, teorema de Carathéodory.

- Conjuntos de Lebesgue, medida de Lebesgue, unicidade da medida de Lebesgue, algumas propriedades.

**7. A integral – Cap. 4 do livro texto:**

- Funções simples e suas integrais.

- A integral de uma função mensurável real estendida não negativa.

- O Teorema da Convergência Monótona.

- Lema de Fatou.

- Propriedades da integral.

**8. Funções integráveis – Cap. 5 do livro texto:**

- Funções reais integráveis.

- Positividade e linaridade da integral.

- O Teorema da Convergência Dominada de Lebesgue.

- Integrandos que dependem de um parâmetro.

**9. Os Espaços de Lebesgue Lp – Cap. 6 do livro texto:**

- Espaços lineares normados.

- Os espaços Lp.

- Desigualdades de Hölder e Minkowski.

- O Teorema do Completamento.

- O espaço L∞

**10. Formas de Convergência – Cap. 7 do livro texto:**

- Relação entre: convergências em Lp, convergência uniforme, convergência quase sempre, convergência em medida, convergência quase uniforme

- Teorema de Egoroff.

- Teorema da convergência de Vitali.

**11. Decomposição de medidas – Cap. 8 do livro texto:**

- Teoremas da decomposição de Hahn e Jordan.

- Teorema de Radon-Nikodym.

- Teorema da decomposição de Lebesgue.

- Teorema da Representação de Riesz para Lp.

**12. Geração de Medidas – Cap. 9 do livro texto:**

- Medidas em álgebras de conjuntos.

- A extensão de medidas, teoremas de extensão de Hahn e Carathéodory.

- A medida de Lebesgue.

- O teorema da representação de Riesz para C([a,b]).

**13. Medidas produto – Cap. 10 do livro texto:**

- Retângulos, o Teorema da Medida Produto.

- Teorema de Tonelli e Fubini.

**Parte II: Elementos da Medida de Lebesgue**

**14. Exemplos de conjuntos mensuráveis – Cap. 14 do livro texto:**

- Conjunto de Borel.

- Conjunto nulo.

- Invariância por translação.

- Existência de conjuntos que não são de Borel.

**15. Aproximação de conjuntos mensuráveis – Cap. 15 do livro texto:**

- Aproximação por conjuntos abertos, por conjuntos fechados, por conjuntos compactos, por blocos.

**16. Aditividade e não aditividade – Cap. 16 do livro texto:**

- Aditividade.

- Catathéodory revisitado.

- Medida interior.

**17. Conjunto não mensurável e conjunto que não é de Borel – Cap. 17 do livro texto:**

- Conjunto diferença, equivalência racional, conjunto de Vitalu.

- Decomposição não aditiva.

- Existência de conjuntos que não são de Borel.

***BIBLIOGRAFIA:***

***Livro texto:***

Bartle, R.G., *The Elements of Integration and Lebesgue Measure,*New Yorq: J.Wiley, 1995.

***Bibliografia complementar:***

1) Royden, H.L., *Real Analysis*, New York: Macmillan, 1963.

2) Isnard, C. Introdução à medida e integração, Rio de Janeiro: IMPA, 2007.