



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA PURA E APLICADA**

MTM410020 Variável Complexa

PRÉ-REQUISITO: MTM410019 Álgebra Linear e Análise

Nº DE HORAS/AULA SEMANAIS: 06

EMENTA – Números complexos. Seqüências no plano complexo. A esfera de Riemann. Funções de uma variável complexa. Condições de Cauchy-Riemann. Integração de funções complexas. Teorema de Cauchy. Fórmula integral de Cauchy. Teorema de Goursat. Funções analíticas e séries de potências. Séries de Laurent. Cálculos de integrais com resíduos. Transformações conformes e suas aplicações. Continuação analítica. Introdução às superfícies de Riemann.

OBJETIVO: Propiciar ao aluno condições de dominar e aplicar os conceitos relativos às funções de uma variável complexa.

PROGRAMA DETALHADO:

I. Rápida revisão de números complexos baseada no Cap. 1 do livro texto:

1. Os números reais
2. O corpo dos números complexos
3. O plano complexo
4. Representação polar e raízes de números complexos
5. Retas e semi-planos no plano complexo
6. O plano estendido e sua representação esférica

II. Propriedades Elementares e Exemplos de Funções Analíticas - Cap. 3 do livro texto:

1. Séries de potência
2. Funções analíticas
3. Funções analíticas como aplicações; transformações de Mobius

III. Integração Complexa - Cap. 4 do livro texto:

1. Integrais de Riemann-Stieltjes
2. Representações de funções analíticas por séries de potências
3. Zeros de uma função analítica
4. O índice de uma curva fechada
5. Teorema de Cauchy e a Fórmula Integral
6. A versão homotópica do Teorema de Cauchy e conexidade simples
7. Contando zeros; o Teorema da Aplicação Aberta
8. Teorema de Goursat

IV. Singularidades - Cap. 5 do livro texto:

1. Classificação de singularidades
2. Resíduos

3. O Princípio do Argumento

V. O Teorema do Módulo Máximo - Cap. 6 do livro texto:

1. O Princípio do Máximo
2. Lema de Schwarz
3. Funções convexas e o Teorema dos Três Círculos de Hadamard
4. Teorema de Phragmen-Lindelof

VI. Compacidade e Convergência no Espaço das Funções Analíticas – Cap. 7 do livro texto

1. O espaço das funções contínuas $C(G, \mathbb{Q})$
2. Espaços de funções analíticas
3. Espaços de funções meromorfas
4. Teorema da Aplicação de Riemann
5. Teorema da Fatoração de Weierstrass
6. Fatoração da função seno
7. A função gamma
8. A função zeta de Riemann

VII. Continuação Analítica e Superfícies de Riemann - Cap. 9 do livro texto:

1. O Princípio de Reflexão de Schwarz
2. Continuação Analítica ao longo de um caminho
3. Teorema da Monodromia
4. Espaços topológicos e sistemas de vizinhanças
5. O feixe de germes de funções analíticas sobre um conjunto aberto

BIBLIOGRAFIA:

Livro texto:

CONWAY, J. B. - Functions of One Complex Variable, Berlin, Springer-Verlag, 1978.

Bibliografia complementar:

1. AHLFORS, L. - *Complex Analysis*. New York, McGraw-Will, 1966.
2. CARTAN, H. - *Théorie Élémentaire des Fonctions Analytiques d'une ou Plusieurs Variables Complexes*. Paris, Hermann, 1961.
3. LANG, S. - *Complex Analysis*, 4th edition, Springer-Verlag, 1999, 485p.
4. STEIN, E., SHAKARCHI, R., *Complex Analysis*, Princeton Lectures in Analysis, Princeton University Press, 2003, 379p.